

# Klass 9 A:s matematikkarta

*En matematikkarta ser vid första anblicken ut som en vanlig karta med floder, berg och hav. Men alla namn på kartan är matematikord, det är ett påhittat landskap. Allt är utformat för att illustrera matematiska begrepp och deras samband, så som konstruktörerna upplever dem.*

**A**tta elever i klass 9A vid friskolan Asken i Strängnäs har under våren 2003 ritat den matematikkarta som är avbildad i denna artikel. Eleverna är Ida Enjebo, David Fallgren, David Fhürong, Anna Jansson, Victor Larsson, Viktor Pettersson, Melissa Ojeda och Lisa Pantzar. Kartritandet har letts av deras matematiklärare Mia Selander. Håkan Lennerstad introducerar idén med matematikkartor i sin matematikbok för universitet och högskolor (2002). Där finns en karta ritad av författaren och Allan Lennerstad (se också Lennerstad, 2003). Denna karta har eleverna sett innan de började rita själva. Tillsammans med författarna av denna artikel presenterade de sin karta vid Matematikbieten i Malmö, april 2003.

Tre elever uttrycker sig på följande sätt om idén med matematikkartor:

## *Varför mattekartan är bra*

*En mattekarta tycker jag är bra på flera sätt. För det första ger den en samlad och ordnad bild av matematiken. Särskilt den som ritar kanske lär sig själv nya matematiska samband och begrepp, men även de som tittar på den kan få nya tankar och idéer. Men framför allt så är mattekartan till för att skapa matematiska diskussioner. Ju fler kockar desto sämre soppa, brukar man säga. Med mattekartan är den nästan tvärtom. Ju fler som ritar den, desto mer diskussioner krävs för att komma överens, och på så sätt förmedlar man tankar och idéer till sina*

*klasskamrater. Man skapar tillsammans en gemensam bild av matematiken.*

Victor Larsson

## *Matematikkkarta*

*Vi tror att mattekartor definitivt ger oss en bättre bild av matematiken. Vi får en bredare kunskap om matematiska begrepp som annars är ganska svår att ta till sig. På en matematikkarta ser man lättare sambanden genom illustrationer, än som annars, med siffror.*

*Metaforerna framgår tydligt när man tex döper berg, floder och städer efter matematiska begrepp. Vi är även alla eniga om att mattekartor skapar intressanta diskussioner och tvättar bort tristessen som lätt kan infinna sig när man enträget räknar i boken.*

*Vi har helt klart fått högre motivation efter vårt arbete med kartan.*

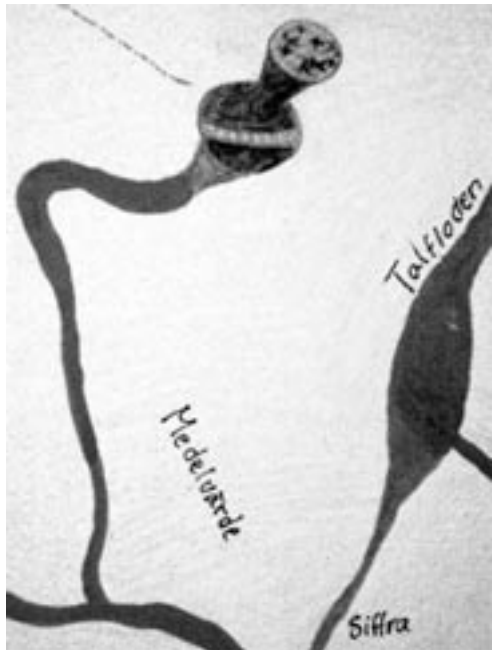
Lisa Panzar, Viktor Pettersson



## Matematikkartornas grundidéer

Matematikkartor har beskrivits i en tidigare artikel i *Nämnan* (Lennerstad & Larsson, 2003). Kartornas viktigaste funktion är att ritandet skapar så mycket diskussioner bland eleverna om vad som ska vara med, hur och varför. Det är elevdiskussioner om matematikens begrepp, som gör matematik till något betydligt mer än att räkna. En matematikkarta ser vid första anblicken ut som en vanlig karta med floder, berg, hav, länder och städer. Men alla namn på kartan är matematikord, det är ett påhittat landskap. Allt i geografin är utformat för att illustrera matematiska begrepp och deras samband, så som konstruktörerna upplever dem.

Kartan utformas av elever eller studenter i grupp, i samarbete med läraren. Slutresultatet, som kan sättas upp på anslagstavlan, är en samling minnesregler över hur matematikorden hänger samman. Och en gemensam trofé över matematikens erövring.



Några av matematikkartornas grundidéer:

**Sortering.** Kartan kan visa vad som hör ihop på fundamentalt sätt - en sortering av begrepp i olika länder, och kanske undersorteringar i ländernas provinser.

**Samhörighet.** Inte minst viktigt är att kartan också kan visa vad som hör ihop på annat sätt över gränserna, med hjälp av exempelvis floder, bergskedjor och skogar.

**Strukturer.** Matematiska samband och släktskap kan vara av mycket skilda slag. Geografiska/politiska förhållanden har flexibilitet att motsvara många olika typer av matematiska samband.

**Prioritering.** Storleken för en stad, flod eller bergskedja hör ihop med begreppets betydelse i den kurs man läst.

**Matematikkänslor.** Även känslomässiga storheter kan tas med på matematikkartan, som alptoppar, svärgenomträngliga skogar eller raviner för sådant i matematik som är svårt eller mystiskt.

Vi menar att landskapsmetaforen är effektiv av flera skäl.

**Mycket är välkänt.** Alla känner mycket väl till landskap och kartor. Många tycker det är roligt att rita landskap.

**Behov av matematiköverblick.** Det finns ett potentiellt behov av att konstruera överblick och kontroll över den matematik man arbetat med under hela sin skoltid, om någon möjlighet för det visar sig. Detta är en kunskapsmässig drivkraft.

**Flexibilitet.** Vanliga kartor har vuxit fram för att kunna visa olika sorters geografiska och politiska förhållanden. De har vunnit hög flexibilitet, vilket ger stora möjligheter att avbilda många slag av matematiska släktskap.

**Bro till abstraktionernas land.** Matematik i landskapsform utgör en bro från välkända kartor till matematikens abstrakta begrepp och samband. Matematikkartorna tycks vara en bro som många elever lätt kan ta sig över.

## Lärarens beskrivning

Håkan Lennerstad (H) intervjuar 9A:s lärare Mia Selander (M).

H: Hur lång tid höll ni på?

M: Vi höll på ca fem veckor om man räknar introduktion och initialt allmänt prat för att få eleverna intresserade av idén. Men första försöket hade en deadline eftersom vi bestämde oss för att medverka vid Biennalen i Malmö, i april -03.

H: Det passade ju bra eftersom kartan i min bok ritades på Lärarutbildningen i Malmö ungefär ett år tidigare. Vad tyckte eleverna om idén initialt?

M: Jag tycker de fattade idén väldigt snabbt. Förslag på metaforer kom omedelbart, det spelade ingen roll om man ansåg sig vara duktig i matematik eller ej. Landskapsmetaforen begränsar inte till att gynna "matematikerna", kanske tvärt om.

H: Vad tyckte de när de hållit på ett tag?

M: Intresset ökade allt eftersom kartan växte fram. Det gladdde mig mycket att "ryktet" om kartan spred sig på skolan, och vi fick besök av elever och lärare i andra klasser.

H: Hur fungerade diskussionen i gruppen?

M: En gruppleddare utsågs i kartgruppen som försökte ta tillvara allas intressen. Diskussionerna kring kartan och matematiken var påfallande livliga. Spontant hade man inte gissat att det var en matematikdiskussion som ägde rum, snarare en politisk diskussion. Den demokratiska processen tränades på ett mycket intressant sätt, och de lyckades ena sig till slut.

H: Var den bra för alla?

M: Ja idén passar ALLA. Den passar alla åldrar, den passar delar av matematiken eller som vi gjorde en stor del av högstadiets matematik. Fantasien är enda begränsningen.

H: Inspirerade man varandra?

M: Alldeles klart, gruppen är en förutsättning för idén. Kartan ska göras i en grupp, annars missar man en stor del av poängen.

H: Vilka ville inte vara med, jag menar, var bara de duktigaste med?

M: Svårt att svara på, men många var samtidigt pressade i andra ämnen av betyg och inlämningar. Hade vi inte varit tidsbegränsade hade urvalet varit bredare. Från början visade fler intresse. Slutgruppen kom till för att vi fick en deadline. Denna grupp jobbade lika mycket med kartan på fritid som på skoltid!!!!

H: Vilken kompetens utvecklade kartritandet, och vilken kompetens var den inte så bra för?

M: Den stora vinsten är de matematiska diskussioner som startar i gruppen. Helt plötsligt ska matematiken sättas in i ett större sammanhang och man ska se vad som hör ihop med vad. Flera fick aha-upplevelser av kunskaper som vi lärare tar för självklart. Argumentationerna mellan eleverna var oerhört intressant. Varför ett matematiskt begrepp eller område skulle ha sin plats just där. Här gällde det att kunna förklara varför man tyckte så, inte bara att man tycker det.

M: Det negativa kan möjligen vara att man som lärare får se upp med att styra upp de vilda diskussionerna så de inte kommer att handla om perifera ting som inte har så mycket med matematik att göra. Det hände då och då. Eleverna var dock alltid med på att styra tillbaka det hela till matematik.

H: Var det annorlunda diskussioner i slutet och i början?

M: Ja, i början var det svåraste att se och förstå hur kartan skulle se ut och hur matematiken skulle kunna komma in så det verkligen höll ihop. På slutet var det mer "finputs" av kartans utseende. Det som hände först och under resans gång var ur matematiskt perspektiv det viktigaste, dvs viktigare än den färdiga produkten.

H: Förändrades matematikintresset?

M: Flera uttryckte det som att de fick en kick. Jag tror på det, jag märkte nämligen en skillnad vid mina "vanliga" lektioner att karteleverna var



mer ivriga att få delta i de diskussioner vi har i klassrummet i allmänhet.

- H: Förändrades uppfattningen om vad matematik är?
- M: Säkert. Tror att man måste göra det fler gånger och ha möjlighet att följa det under tid för att svara på denna fråga.
- H: Vad tror du verksamheten betyder för deras matematikkunskaper?
- M: Att få sammanhang i det man lär sig i skolan borde väl vara något av det viktigaste en lärare har i sitt uppdrag. Hur hänger det ihop? I matematiken är det så enormt tacksamt att knäcka denna kod. Då öppnas så många dörrar in i matematiken. Man gör ju på samma sätt hela tiden, bara det att tal övergår i variabler osv.
- H: Var arbetet tidsödande för dig som lärare?
- M: Både ja och nej. När man introducerar nya saker upplever man det ofta som tidskrävande i början, men mot slutet var det nog tvärtom.
- H: Var det inspirerande för dig?
- M: Behöver jag svara?!!

## Elevernas beskrivningar

"Varför en mattekarta? Jo, Håkans idé om att man kan uttrycka matte med naturen och civilisationens delar bet på oss direkt.

Det lät spännande och annorlunda på något sätt. Skillnad mot vad vi var vana vid."

"Talfloden rinner som en tjock blodådra genom vårt land. Den har sin källa långt upp i urbergen, på en naturskön enslig plats. Talfloden byggde vi vårt land efter. Det gjorde vi för det är lätt att binda samman olika samband i matematiken med en flod – bifloder som grenar ut sig, osv. I talfloden flyter alla tal ut som bildar räknesätt och uppställningar."

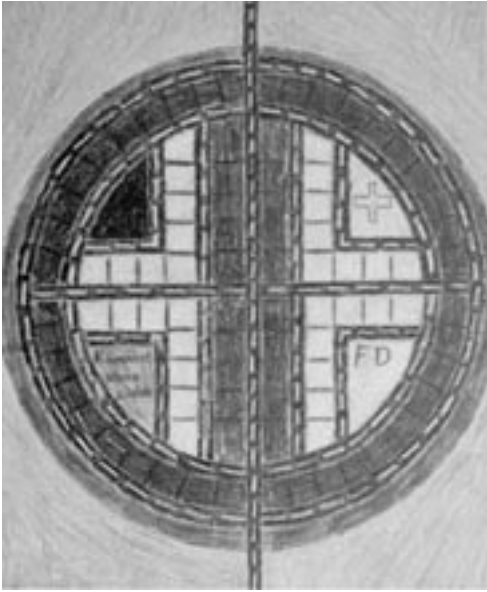
"Urbergen är grunden till allt. Det var i Urbergen som Additionsfloden blev till. Algebraiska bergen symboliserar algebra. Det symboliserar svåra saker som man har lite problem med. På bergen har vi tre speciella toppar, där K1 och K2 står för kvadreringsreglerna 1 och 2. Men vi har också konjugatoppen. Inte för jag vill skryta, men jag har målat båda bergen på kartan, alltså det snyggaste."

"I vårt matteland har vi en huvudstad som heter Procent. Vi valde procent för det är ett centralt begrepp inom matematik, och det är det vi tror man har mest nytta av som privatperson. I Procentstaden uttrycks allt i procent, allt från kläddaffärer, caféer, banker till kändiskrogar. Genom huvudstaden Procent rinner Multiplikationsfloden. Norr om staden flyter Divisionskanalen. Så kommer man vattenvägen kan man välja vilken man tycker är enklast, multiplikation eller division, för att slutligen komma ut i havet."

"I Bråkkyrka finns det en mur, som symboliserar bråkstrecket. Den skiljer täljare och nämnare åt eftersom de är lite oense om vilka som är viktigast i bråket. Så vilken är det? Är det storleken på tårtbiten eller hur många tårtbitar man har? Konflikten är inte löst och kommer nog att hålla på för alltid."

"I höjd med bråkmuren ligger Kvotparken, med Kvotkyrkan. Där finns symboler för vad ett bråk är. Kärleksparet visar att ett bråk är ett förhållande mellan två tal, samtidigt som det kan bli ett decimaltal som är ett värde i procent. Eller helt enkelt en division, som 3 delat med 4."

"Som vi sa kan procent skrivas på flera sätt. Den andra förorten heter Deciborg. Här finns ett café som vi döpt till Procent Av."



”Minuslandskapet har gränslandet 0 eftersom noll ligger mitt i talstrecket. Där har vi vår alldeles egen termometer, för där används negativa tal, som  $-5^\circ$ .”

”Subtraktionsfloden är en biflod till Additionsfloden, som också kallas Talfloden. Vi tänker på subtraktion när vi hör negativa tal, och om man adderar negativa tal så blir det i slutändan subtraktion.”

”Vi har geometrilandskapet. Vi har valt att lägga geometri i ett eget landskap därför att det är en egen bit av matematiken, men ändå ett stort område. Genom geometrilandskapet flyter vår multiplikationsflod. Multiplikation är en viktig del av geometrin för man använder multiplikation när man räknar ut volym och area. Pisjön ligger i geometrilandskapet eftersom man använder pi när man räknar på cirklar. I geometrilandskapet finns även en pyramid. Mitt i geometrilandskapet ligger Volymsjön. Det är en triangelformad sjö, som bildar ett prisma om man tänker på djupet. Vi har en motorväg som vi kallar miniräknaren som går genom en stor del av mattekartan. Miniräknaren är väldigt bra när man räknar med pi. Dessutom går den genom Volymsjön, genom Geometristaden och bildar en symmetrilinje. Geometristaden har formen av en cirkel och ser väldigt geometrisk ut över huvud taget. Vidare fortsätter miniräknaren norrut till po-

tensparken där vi har alla potenser. Vi har valt att lägga potenserna utanför geometrilandskapet, för det är ett eget område i matematiken. Men man använder sig av potenser för att uttrycka area och volym, till exempel fyra kvadratmeter =  $4m^2$ .”

”Vi har ett rymdobservatorium, som har variablerna X och Y. Eftersom de kan symbolisera alla tal i hela universum tyckte vi ett observatorium passade bra. Från rymdobservatoriet går det en stig, som slingrar sig och så småningom leder till Djupa Skogen. Djupa Skogen representerar allt som vi inte har lärt oss än, men som vi har möjlighet att lära oss. Men först kommer man fram till Valstenen. Därifrån kan man ta raka vägen in i Djupa Skogen, det motsvarar Naturvetenskap på gymnasiet. Sen har vi den lite böjda som är Samhällskunskap. Den längsta är Media. Så i princip är det bara egen vilja som styr.”

”Vi har valt att symbolisera spel i gränstaden Las Spelas. Vi placerade den som en gränstad mellan positiva och negativa landskapet eftersom man både kan vinna och förlora i spel. I Las Spelas är det kasinon och andra spelhålor som regerar.”

”Vi gjorde ett koordinatsystem i vattnet. Det gjorde vi för det liknade ett sjökort. Olika positioner för båtarna är i vår sjö olika koordinater. I sjön gjorde vi också tre öar







som visade detta lite extra, eftersom deras namn är deras position/koordinat.”

”Statistik tycker vi var ett lite enskilt område i mattan. Därför placerade vi det på en enskild strand, Statistik Beach, som gränsar till koordinatsystemet. Eftersom statistik har en del med koordinatsystem att göra, bl.a. när man pratar om stapeldiagram.”

## Matematiken vinner

Kartorna gör att matematikämnet kan vinna subjektivitet, kommunikation, konstnärlighet, helhetssyn och frihetskänsla. Matematikkartor kan ritas på många sätt. De som konstruerar en karta kan uttrycka sina egna åsikter om matematiken – elevernas subjektiva synvinklar samt matematikkommunikation får självklart plats. Det hela sker i ett utpräglat helhetsperspektiv, eftersom en enda karta utan svårighet kan representera det viktigaste i en hel kurs. Just helhetsperspektivet saknas ofta i matematikämnet. Kartor kan användas på vilken nivå som helst i skolan (och inte endast i matematik). Matematiken får nya estetiska kvaliteter både genom ritandet i sig, och genom att matematikens symmetrier och

sköna samband blir tydliga och kanske kan representeras på kartan.

Om en elevgrupp upptäcker att det är omöjligt att få ihop kartan så att alla samband och idéer är representerade, så har arbetet (paradoxalt nog) lyckats. Då har ett brett spektrum av matematiksamband blivit upptäckta och synliggjorda.

En vanlig reaktion från elever är att det finns överraskande många olika matematiska begrepp. Detta kanske man inte har observerat tidigare på grund av bristen på helhetsperspektiv i matematikämnet. Denna upptäckt leder ofta till att elever känner stolthet över det egna matematikkunskandet.

## Lätt att lära, svårt att undervisa?!

Vi avslutar med denna devis! Den bygger på en erfarenhet: vi har ännu inte mött en elev som saknar matematisk intuition och insikt. Om vi lärare lyckas möta och förstå denna intuition, som uttrycks på personliga och (för oss) originella sätt, kanske matematik är lätt att lära. Detta möte är den svåra undervisningsuppgiften. Devisen är en möjlighet (!) som bygger på ett antagande/erfarenhet (?) – att alla har matematiska insikter.

Ritande av matematikkartor tycks göra det lätt för elever att börja formulera sin matematiska intuition – att uttrycka sina attityder, aningar, insikter, åsikter och känslor om matematik.

## LITTERATUR

Lennerstad, H. (2002). *Envariabelanalys med dialoger*. Göteborg: Förlaget Kärret. Information på [www.bth.se/analysmeddialoger](http://www.bth.se/analysmeddialoger). [2004-01-29].

Lennerstad, H. & Larsson, K. (2003). *Matema-*

**Mia Selander** är lärare på Friskolan  
Asken i Strängnäs.

**Håkan Lennerstad** är docent i  
tillämpad matematik vid Blekinge  
Tekniska Högskola.